

# 未来を拓く力を育てる数学の授業づくり

## —数学的活動の更なる充実に向けた3つの「考える」—

日方 和光、河本 健二、澤田 昌宏

### 1 数学科において育成すべき資質・能力

今回の学習指導要領の改訂では、見方・考え方を働かせた学習活動を通して、目標に示す資質・能力の育成を目指している。

数学科において育成すべき資質・能力は、以下の通りである。

#### ①知識及び技能

数量や図形などについての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。

#### ②思考力、判断力、表現力等

数学を活用して事象を論理的に考察する力、数量や図形などの性質を見いだし統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う。

#### ③学びに向かう力、人間性等

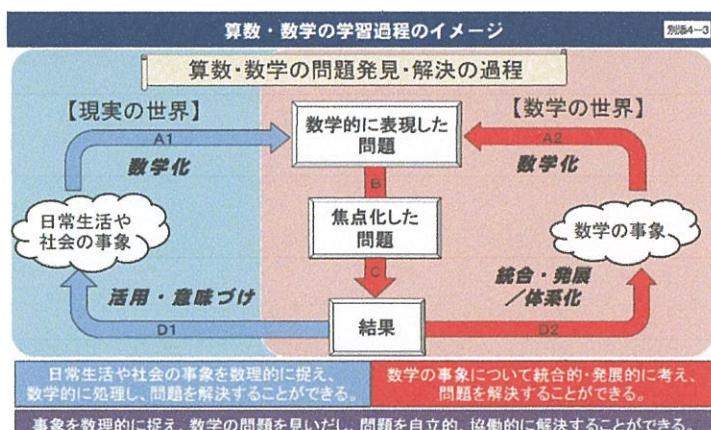
数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を養う。

これらの資質・能力を、数学科における見方・考え方を働かせた学習活動を通して育成することが求められている。数学科における見方・考え方は、以下のように整理されている。

「数学的な見方」は、「事象を数量や図形及びそれらの関係についての概念等に着目してその特徴や本質を捉えること」であり、また、「数学的な考え方」は、「目的に応じて数、式、図、表、グラフ等を活用しつつ、論理的に考え、問題解決の過程を振り返るなどして既習の知識及び技能を関連付けながら、統合的・発展的に考えること」である。以上のことから、「数学的な見方・考え方」は、「事象を、数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、論理的、統合的・発展的に考えること」として整理することができる。

また、数学的に考える資質・能力を育成する上で、数学的な見方・考え方を働かせた「数学的活動」を通して学習を展開することを重視することとしており、数学的活動を充実させる二つの学習過程として、【資料1】の図が示された。

本校数学科では、この数学的活動を充実させるために、【資料1】に示された学習過程において、3つの「考える」を明示して研究を進めることにした。学習過程のそれぞれの場面において、何を考えるのかをはっきりとさせておくことが、この学習過程をより効果的にまわしていくことにつながると考えるからである。この点については第3項において、実践例を紹介しながら説明する。



【資料1】算数・数学の学習過程のイメージ

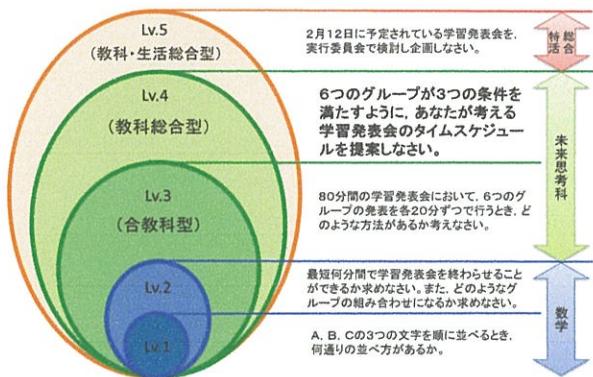
## 2 数学科におけるカリキュラム・マネジメント

総合的な学習の時間や特別活動と数学をつなぐ役割にある未来思考科に取り組み、それぞれで扱う学習課題をLv. 1～5で整理したことで、生徒も教師も数学で身に付けた力をどのように日常生活や社会の事象を解決するのに生かすことができるのかを意識するようになった。

具体的な例として、未来思考科「学習発表会のタイムスケジュールを立案しよう」を紹介する。この学習課題を【資料2】のように整理した。場合の数を求めるという課題や、考えられる組み合わせから最短の組み合わせになるものを求めるという課題は、それぞれLv. 1, Lv. 2の数学の課題である。Lv. 3以上になると、数学の見方・考え方方に加えて、特別活動の解説に示されている「生徒の自発的、自治的な活動ができるだけ尊重し、生徒が自らの力で組織を作り、活動計画を立て、協力し合って望ましい集団活動を行う」力が必要となる。つまり、図表を使って過不足なく組み合わせを洗い出すという数学の見方・考え方を使って正解を出した後、その正解が実際の場面に適するのかどうかを、他教科等の視点から解釈して最適解を判断することが必要になる。本校の未来思考科においては、解釈する際の根拠となる他教科の知識・技能や見方・考え方の妥当性も深く検討することにしているため、【資料1】の左側の学習過程に力点を置くということになる。

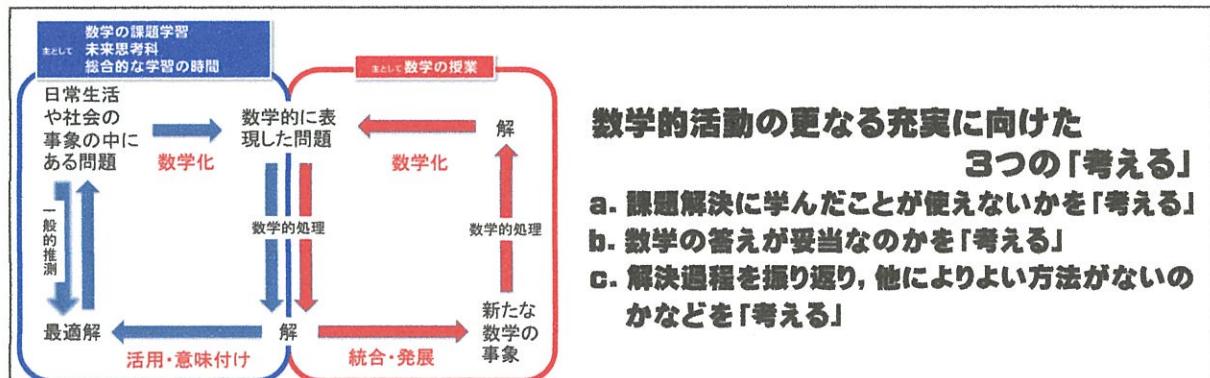
大切なことは、数学の範囲内で学習課題を設計する際に、数学の範囲を超えたときにその先にどのような広がりがあり、日常生活や社会の課題に対して、どのように生かすことができるのかを教師がイメージしておくことである。つまり、ゴール(Lv. 5)を見据えて、どのようなカリキュラムでLv. 1～4をステップアップしていくのかが重要である。

### 未来思考科「学習発表会のタイムスケジュールを立案しよう」



## 3 未来思考科に取り組んだからこそ見えてきた数学科の授業改善

先に示したイメージ図【資料1】の左側の学習過程では、数学的に導いた場合の結果は示されているが、数学的に導かない場合の結果は示されていない。日常生活や社会の中にある問題を解決する際に、数学の舞台に下ろさなくても一通りの答えが出せるという場合もある。もちろん、他者が納得するように理科や数学などの科学的な視点から結果を出すことが望ましい場合もあるが、そうでない場合もあるため、本校数学科では、【資料3】の図のように2つの学習過程で考えていくことにした。この2つの学習過程をカリキュラム全体を通してバランスよく行っていくことが重要であり、右側の学習過程を主に数学の授業を中心に、左側の学習過程を主に数学の課題学習や未来思考科や総合的な学習の時間の授業を中心に展開していくように計画している。また、この学習過程をより効果的にまわしていくために、数学的処理、活用・意味付け、解決過程を振り返るという3つの場面において、何を「考える」かを【資料3】のように示した。



【資料3】研究のイメージ

### a. 課題解決に学んだことが使えないかを「考える」

学習課題について、既習の内容が使えないかを考える。既習の内容が使えないときは、なぜこの場合は使えないのかを議論させることで、より数学的な本質が見えてくる。

### b. 数学の答えが妥当なのかを「考える」

数学的に導いた正解が、現実的に妥当であるかを検討する。日常生活や社会の事象の中にある問題について考える場合には、数学の範囲を超えて、他教科の見方・考え方を統合して多面的な視点から、自立的・協働的に最適解を導き出す。この一連の過程を大切にすることが数学的活動を一層充実させることになる。

### c. 解決過程を振り返り、他によりよい方法がないのかなどを「考える」

解決過程を振り返り、別な方法で考えた場合はどうなるかや、解決のために用いた見方・考え方が、他のどんな問題に使えるかを考える。解決過程を振り返ることで、数学を活用して問題解決する方法を生徒が理解できるようにする。どのような場面で何をどのように捉えて考察したり、どのように表現・処理したりすれば問題がよりよく解決できるのかといった各場面における方法に着目し、うまくいったことやうまくいかなかったことを場面と関連付けて整理させる。

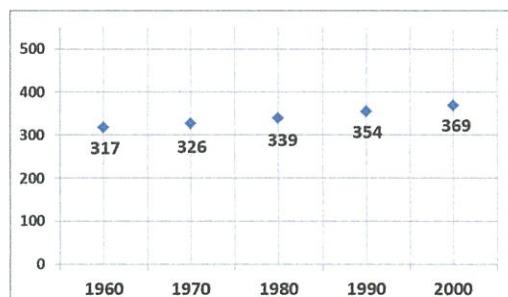
これら3つの「考える」は、従来から数学の学習においては必要とされてきたことである。しかし、未来思考科に取り組んだことで、例えば、b. 数学の答えが妥当なのかを「考える」場面では、数学の範囲を超えた視点からも答えの妥当性を考えるようになり、それがより日常生活や社会の事象に合う最適解に向けた議論を深めることにつながった。生徒たちはこの議論を通して、理想化したり単純化したりして考えるという数学のよさにも改めて気づいていくものと考える。

#### (実践例1) 1年生 「地球温暖化問題を考えよう」

1年生で、以下のような課題を用いて授業を行った。

##### 【課題】

1960年から世界各地で観測している二酸化炭素濃度の観測結果から、500ppmになるのは西暦何年か推測し、なぜそうなるのか、根拠を明らかにして説明しなさい。



二酸化炭素濃度の観測結果（単位はppm）

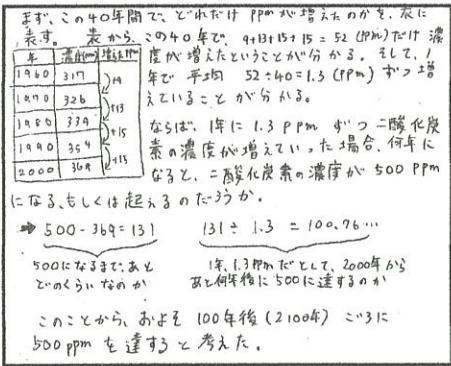
この授業において、3つの「考える」場面を次のように設定した。

### a. 課題解決に学んだことが使えないかを「考える」

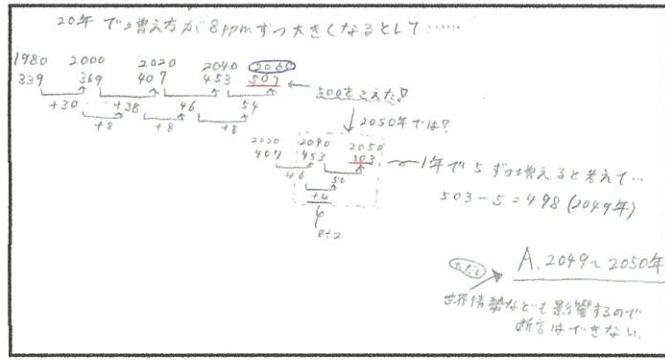
この学習課題では、二酸化炭素濃度の変化を一次関数や2乗に比例する関数とみなして解決することが求められる。1年生での実践のため、これらの内容は未習であるが、生徒たちは西暦が変わると二酸化炭素濃度も変わるという関数の考えを用いて、課題に取り組んだ。

【資料4】の生徒は、40年で52ppm増加したことについて着目し、今後もこのように一定の割合で増えていくと仮定することで、増加量が一定であるという一次関数の見方で課題を解決し、およそ2100年という結論を出している。1年生では比例を学習することもあり、生徒たちの大半は、このような増加量が一定であるという考えが多かった。

そのような中で、本当に増加量が一定であると言えるのか、年代が進むにつれて、二酸化炭素濃度の増加量も増加しているのではないか、もしかしたら、比例のように直線のグラフではなく、反比例のグラフのように急上昇している可能性もあるのではないかと、既習事項と更に結びつけて批判的な思考をする生徒が出てきた。【資料5】の生徒は、増加量が20年で8ppmずつ増加していくと考え、およそ2050年という結論を出している。これは増加量の変化に着目すれば2乗に比例する関数とみなすことができる考え方であり、この時点では未習の内容であるが、二酸化炭素濃度ではなく、増加量が一定の割合で増加すると捉えており、これまでに学んだことをもとに発展して考える姿がここに表れている。



【資料4】生徒のワークシート(一部抜粋)



【資料5】生徒のワークシート(一部抜粋)

### b. 数学的回答が妥当なのかを「考える」

次に生徒たちは、二酸化炭素濃度の変化の様子を数学的に捉え、西暦何年という答えを導いたが、それが現実的に妥当であるかを検討した。

【資料6】の生徒は、数学の範囲を超える、社会科の視点から問題を捉え直している。中国やアジア諸国、アフリカの国々の急激な経済発展が、二酸化炭素濃度の上昇を早め、数学の世界で出てきた答えよりも早く500 ppmに到達するのではないかと考えていた。授業では、これとは反対に人々がこのままではいけないと考えて、対策を講じて500 ppmに到達するのはもっと遅くなるのではないかという意見も出された。

数学的な解決に重点を置いたため、この場面では、一つ一つ議論することはしなかったが、数学で導いた答えの妥当性を他教科の視点からも考えることは、条件を整理して、単純化したり理想化したりして考えるという数学のよさに気づくことにつながった。

### c. 解決過程を振り返り、他によりよい方法がないのかなどを「考える」

振り返りの場面では、視点①「知る・できる」、視点②「つなぐ」、視点③「生かす」の3つの視点に基づいて、解決過程を振り返らせた。【資料7】は、授業後の生徒の振り返りである。それぞれの視点について、以下のような生徒の振り返りが見られた。

#### 視点① 「知る・できる」

「このままいくと～～なる。」という考え方をすることができた。年ごとで増え方が増えていることに注目して計算している人もいて、そういう考え方をすることができるところが分かった。

#### 視点② 「つなぐ」

1960年の二酸化炭素濃度317 ppmを0 ppmとみて考えることは正負の数の考え方であり、二酸化炭素濃度が一定の割合で増えるとみることは比例の考え方を用いている。また、他教科や未来思考科での学習とも結びつけて問題を考えることができた。

#### 視点③ 「生かす」

今回の学習は、社会のレポートや調べ学習などの限りあるデータから現在やその先を推測できたり、理科の実験でこれ以上できないことを今までの実験

から推測できたりするなど、他教科や社会の中で使えることがたくさんあると思う。

ここに紹介した生徒の振り返りのように、数学で学んだ内容が日常生活や社会の事象の中にある問題へとつながっていくことを意識する振り返りを書いている生徒が何人も見られた。

しかし現在、中国などアフリカ諸国や、アフリカの国々で急速に飛躍している国が多くあります。ニュースなどで、「PM 2.5」という話を聞くのも、少なからずあります。この様な国々が飛躍を続ける限り、1年ごとに二酸化炭素は高くなると考えられます。そのため、実際に二酸化炭素濃度が500 ppmに到達するのは、2101年より早まるかもしれません。

【資料6】生徒のワークシート(一部抜粋)

知る・できる	つなぐ	生かす
「このままいくと～～なる。」という考え方をすることができた。今までのことから、未来のことを探測することができる。年ごとで、増え方が増えていくことに注目して、計算していくと聞いて、そういう考え方をすることができた。	今日は、正比例、比例、比例、反比例、未だ考 察の済みが、国語のス ズキは本当に読みづらい うで学習した範囲の 仕方を使うこと。 方が増えていくことに注目して、計算してい ることもして、そういう考え方をすることができた。	これが社会生活に トヨタ車を学習などで あざり石などのクルマ 現在よりも長いと推測 であります。理科の実験 でこれまでできない ことを今までや。実験 から推測できるなど 他教科や社会生活で つかえます。かたくさ んあると思ふ。ぜひ教 師的につかってみたい と思いました。

【資料7】生徒の振り返り

## (実践例2) 3年生「2乗に比例する関数の利用」

制動距離を教材に、課題を次のように設定した。

以下の表をもとに、時速100kmで走る車の制動距離を求めなさい。

時速 (km/時)	10	20	30	40	50
制動距離 (m)	0.6	2.4	5.4	9.6	15.0

この授業において、3つの「考える」場面を次のように設定した。

### a. 課題解決に学んだことが使えないかを「考える」

この学習課題では、時速とブレーキがきき始めてから止まるまでの距離（制動距離）の関係を、2乗に比例する関数であるとみなして問題を解決することが求められる。実際の授業では、時速が2倍になれば制動距離が4倍、時速が3倍になれば制動距離が9倍、…になるという2乗に比例する関数の性質が成り立っていることに気づき、この関係を利用して、時速100kmのときの制動距離を求める生徒が多く見られた。

### b. 数学の答えが妥当なのかを「考える」

ここまでよく見られる授業展開だが、ここからさらに「じゃあ、時速100kmのときは、いつも車が止まるまでに60mが必要と考えておけばよいということだね。」と投げかけた。この発問で、路面の状態やタイヤの状態などを考える必要があることに気づく生徒が出てきた、その後、路面が濡れている状態、タイヤの溝が減っている状態、乗車人数が異なる場合などのデータを示し、それぞれの場合について、車が止まるまでに必要な距離を求めさせた。【資料8】はそのときの生徒のワークシートである。路面が濡れているときのデータから、時速と制動距離の関係を2乗に比例する関数とみなして式をつくっている。また、タイヤの溝が減っている場合も、同じように2乗に比例する関係であると考えて比例定数を求めようとしているが、路面が濡れている場合など、状況によっては比例定数が一定の値にならないことから、

• 路面がしめているところ  
 $0.9 = 100a \quad a = 0.9 \div 100 \rightarrow \frac{6}{1000} \text{ と } \frac{9}{1000} \text{ と } 15 \text{ 倍すばりやす!!}$

• 4倍の2倍がへっていき  
 ①  $17 = 3600a \quad a = \frac{17}{3600}$  ②  $16.3 = 3600a \quad a = \frac{16.3}{3600}$  ③  $15.8 = 3600a \quad a = \frac{15.8}{3600}$   
 ↓  $47.5 = 10000a \quad a = \frac{47.5}{10000}$  ↓  $44.1 = 10000a \quad a = \frac{44.1}{10000}$   
 つまりにくくなる? みじ→雨の日のためにある

【資料8】生徒のワークシート(一部抜粋)

時速が制動距離の2乗に比例するとは言えない場合もあることに気づくことができた。このように、条件が変わっても、これまで学んだ数学的な見方・考え方を使って問題が解決しようとする生徒の姿が見られた。

### c. 解決過程を振り返り、他によりよい方法がないのかなどを「考える」

授業後の生徒たちの3つの視点による振り返りを紹介する。

#### 視点① 「知る・できる」

- ・制動距離が2乗に比例する関数にあてはまることを初めて知った。重さが関係ありそうにないことに驚いた。
- ・数学的に考えると、普段分からないことが数値として見えることが分かった。
- ・制動距離は、車の種類だけではなく、道路の状況にもよるということを知った。また、制動距離は、 $y = a x^2$  の式で求められることが分かった。

#### 視点② 「つなぐ」

- ・今日の学習は、理科の力のはたらきのところと、タイヤの溝のところは、表面積と摩擦の関係とつながっている。
- ・理科の力学的エネルギーと摩擦の単元の学習とつなげて考えることができた。

#### 視点③ 「生かす」

- ・乾いた路面について、タイヤが新品の方が制動距離が長くなることを知り、その原因についてもっと考えていきたいと思いました。

・今回の学習を、高校で学ぶ物理の学習に生かしていきたい。

(実践例1)では、考えられる要因を挙げるところまでだったが、本実践では3年生ということで、考えられる要因を挙げた後、その要因を考慮した上で改めて数学的に処理をするという活動を取り入れた。考えられる要因はたくさん考えられるため一見複雑になりそうであるが、きちんと条件を整理し、時には理想化して考えることで、答えを導くことができた。この学習を通して、生徒たちは改めて数学的な見方・考え方のよさを実感できた。

## 4 成果と課題

前項で紹介した(実践1)の授業後の振り返りに次のようなものがあった。

『今回の授業では、二酸化炭素の増加について考えたが、それに伴って南極の氷が溶け、海面が上昇するが、何年にこの島は沈むと考えられるか、というような推測もできる。』

問題解決の過程を振り返り、このような新たな問い合わせを持つことができたことは、未来思考科に取り組んだからこそその成果ではないかと考える。

他にも、解決過程の振り返りの場面で、用いた見方・考え方が他のどんな場面で使えるかを考えさせたことで、より思考が整理され、積極的に既習事項を使おうとする姿勢が身についてきた。【資料9】は、昨年度末の総合的な学習の時間における2年生の生徒の作品の一部である。この生徒は、環境の未来というテーマで学習に取り組んだ。 $\text{CO}_2$ の排出量と世界の平均気温の変化の様子を数学的に捉えて、比例の関係であるとみなして考え、これを根拠として、地球温暖化を防ぐために、今後は $\text{CO}_2$ の排出量を減らす取組を進めていくこうという提案をしていた。社会の事象の中にある問題の解決のために数学的な見方・考え方を働かせている姿がここによく表れている。

課題としては、成果に挙げた生徒の姿が着実に増えてきてはいるが、全体的にはまだ少ないことが挙げられる。今後も継続して研究を進めしていくことで、このような姿が増えていくことを期待している。また、解決過程の振り返りでは、視点②や視点③については、以前よりは増えてきたが、それでもなかなか書けない、または教師側のねらいとする振り返りになっていないのが現状である。どのような振り返りを期待しているのか、なぜこうのような振り返りが大切であるのかを生徒たちに示すことで、振り返りの質を上げていきたいと思う。

### 【参考文献】

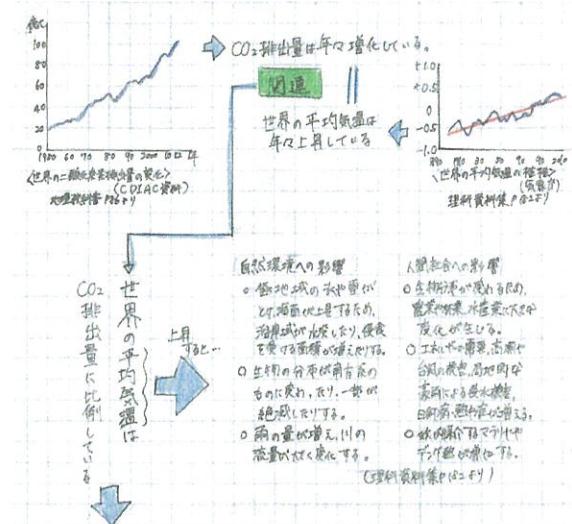
熊本大学教育学部附属中学校 (2014)『平成26年度研究紀要「思考力・判断力・表現力を育成する授業づくり」』

熊本大学教育学部附属中学校 (2015)『平成27年度研究紀要「未来を拓く力」を育成する教育課程の開発(2年次)』

熊本大学教育学部附属中学校 (2017)『平成29年度研究紀要「未来を拓く力」を育成する教育課程の開発(3年次)』

西岡加名恵 (2008)『「逆向き設計」で確かな学力を保障する』(明治図書)

文部科学省 (2017)『中学校学習指導要領解説 数学編』



【資料9】総合学習の成果物(一部抜粋)